

成都石室中学 2021~2022 学年度上期高 2022 届 10 月月考  
文科数学

(全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

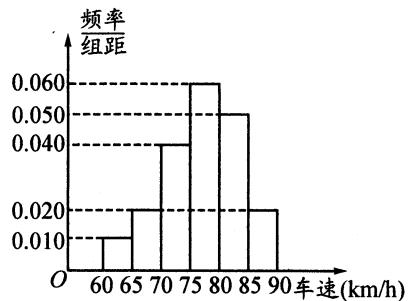
- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上。
- 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
- 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答。答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
- 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合  $A = \{(x, y) | y=1\}$ ,  $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2\}$ , 则集合  $A \cap B$  中含有的元素有
  - A. 0 个
  - B. 1 个
  - C. 2 个
  - D. 无数个
- 若复数  $z = \frac{1+2i}{1-i}$  ( $i$  为虚数单位), 则  $z$  的共轭复数  $\bar{z}$  在复平面内对应的点所在象限为
  - A. 第一象限
  - B. 第二象限
  - C. 第三象限
  - D. 第四象限
- 已知函数  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - \log_2 x$ , 若实数  $x_0$  是方程  $f(x)=0$  的解, 且  $0 < x_1 < x_0$ , 则  $f(x_1)$  的值
  - A. 等于 0
  - B. 不大于 0
  - C. 恒为正值
  - D. 恒为负值
- 下列命题中, 是真命题的为
  - A.  $\forall x \in \mathbb{R}, \ln(x-1)^2 \geq 0$
  - B.  $\forall x \in \mathbb{R}, (\sin x - 1)^2 < 4$
  - C.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \frac{1}{2^{x_0}} \leq 1$
  - D.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \sin x_0 = -\frac{\pi}{3}$
- 已知  $x, y > 0$ , 且  $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 1$ , 则  $3x + 2y$  的最小值是
  - A.  $2\sqrt{5}$
  - B.  $5\sqrt{2}$
  - C. 20
  - D. 25
- 已知定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足对于任意的  $x \in \mathbb{R}$  都有  $f(x) = f(2-x)$ . 若  $f(-1) = 1$ , 则  $f(2021) =$ 
  - A. 1
  - B. -1
  - C. 0
  - D. 不能确定
- 某区要从参加扶贫攻坚任务的 5 名干部甲、乙、丙、丁、戊中随机选取 2 人, 赴区属的某贫困村进行驻村扶贫工作, 则甲或乙被选中的概率是
  - A.  $\frac{1}{5}$
  - B.  $\frac{2}{5}$
  - C.  $\frac{3}{5}$
  - D.  $\frac{7}{10}$

- 中国的 5G 技术领先世界, 5G 技术极大地提高了数据传输速率, 最大数据传输速率  $C$  取决于信道带宽  $W$ , 经科学研究表明:  $C$  与  $W$  满足  $C = W \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)$ , 其中  $S$  是信道内信号的平均功率,  $N$  是信道内部的高斯噪声功率,  $\frac{S}{N}$  为信噪比. 当信噪比较大时, 上式真数中的 1 可以忽略不计. 若不改变带宽  $W$ , 而将信噪比  $\frac{S}{N}$  从 1000 提升至 4000, 则  $C$  大约增加了(参考数据:  $\lg 2 \approx 0.3010$ )
  - A. 10%
  - B. 20%
  - C. 30%
  - D. 40%

- 某研究机构为了实时掌握当地新增高速运行情况, 在某服务区从小型汽车中抽取了 80 名驾驶员进行询问调查, 将他们在某段高速公路的车速(km/h)分成六段:  $[60, 65], [65, 70], [70, 75], [75, 80], [80, 85], [85, 90]$ , 得到如图所示的频率分布直方图. 下列结论错误的是



- 这 80 辆小型车辆车速的众数的估计值为 77.5
  - 这 80 辆小型车辆车速的中位数的估计值为 77.5
  - 这 80 辆小型车辆车速的平均数的估计值为 77.5
  - 在该服务区任意抽取一辆车, 估计车速超过 75 km/h 的概率为 0.65
  - 已知  $f(x) = x + \frac{4}{x}$ ,  $g(x) = x^2 - ax + 1$ , 若对  $\forall x_1 \in [1, 3]$  及  $\forall x_2 \in [1, 3]$ , 都有  $f(x_1) \geq g(x_2)$ , 则实数  $a$  的取值范围是
    - A.  $[-2, +\infty)$
    - B.  $[2, +\infty)$
    - C.  $(-\infty, -2]$
    - D.  $(-\infty, 2]$
  - 函数  $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$  ( $\omega > 0$ ) 在  $(0, \pi)$  内有且仅有两个极值点, 则  $\omega$  的取值范围为
    - A.  $(\frac{1}{3}, \frac{7}{3})$
    - B.  $[\frac{1}{3}, +\infty)$
    - C.  $(0, \frac{1}{3}]$
    - D.  $(\frac{1}{3}, \frac{10}{3}]$
  - 设  $a = \sin 2$ , 则
    - A.  $a^2 < 2^a < \log_{\frac{1}{2}} a$
    - B.  $\log_{\frac{1}{2}} a < 2^a < a^2$
    - C.  $a^2 < \log_{\frac{1}{2}} a < 2^a$
    - D.  $\log_{\frac{1}{2}} a < a^2 < 2^a$
- 二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.
- 函数  $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$  的单调递减区间是  $\boxed{\quad}$ .
  - 已知  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $S_7 = 21 - 7a_7$ , 则  $S_{10} = \boxed{\quad}$ .
  - 已知函数  $f(x) = \ln x + a(2-x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线与圆  $(x-3)^2 + y^2 = 1$  相切, 则  $a = \boxed{\quad}$ .
  - 已知函数  $f(x) = a \ln x - 3x$ , 当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f(x+1) \geq f(e^x)$  恒成立, 则实数  $a$  的最大值为  $\boxed{\quad}$ .

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答;第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)为了调查某地区老年人是否需要志愿者提供帮助,用简单随机抽样的方法从该地区调查了 500 位老人,其结果如下表:

是否需要志愿者	男	女
需要	$x$	$y$
不需要	160	270

因为某些原因,表中需要志愿者帮助的老年人的人数已经丢失.但根据其他记录,为了进一步了解老年人所需要的帮助的种类和方式,后来又从表示需要志愿者帮助的老年人中按性别分层抽样选出了 4 名男性,3 名女性作了更细致的调查.

- (1)求  $x, y$  的值;
- (2)根据调查表,是否有 99% 以上的把握认为“需要志愿者提供帮助与性别有关”?

附:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,  $n = a+b+c+d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
$k_0$	3.841	6.635	10.828

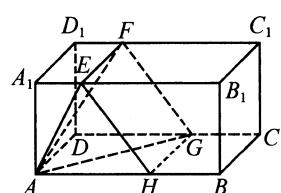
18.(本小题满分 12 分)在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,已知  $a = \sqrt{6}, b = 4, B = 2A$ .

- (1)求  $\cos A$  的值;
- (2)求  $c$  的值.

▲

19.(本小题满分 12 分)如图,长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=8, AD=5, AA_1=4, E, F$  分别是  $A_1B_1, C_1D_1$  上的点,且  $A_1E=D_1F=2$ ,过直线  $EF$  的平面  $\alpha$  与  $CD, AB$  分别交于点  $G, H$ .

- (1)求证:四边形  $EFGH$  是矩形;
- (2)若四边形  $EFGH$  是正方形,求四棱锥  $A-EFGH$  的体积.



▲

20.(本小题满分 12 分)设椭圆  $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,下顶点为  $A$ ,线段  $OA$ ( $O$  为坐标原点)的中点为  $B$ .若抛物线  $C_2: y = x^2 - 1$  的顶点为  $B$ ,且经过点  $F_1, F_2$ .

- (1)求椭圆  $C_1$  的方程;

(2)设点  $B$  关于点  $A$  的对称点为  $B'$ ,过点  $B'$  作直线与椭圆  $C_1$  交于点  $P, Q$ ,且  $\triangle APQ$  的面积为  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ,求直线  $PQ$  的斜率.

▲

21.(本小题满分 12 分)已知  $f(x) = e^x - \frac{1}{e^x} - kx, k \in \mathbb{R}$ .

- (1)判断  $f(x)$  的奇偶性,并加以证明;
- (2)当  $k > 2$  时,判断  $f(x)$  的零点的个数,并证明你的结论.

▲

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,那么按所做的第一题计分.

22.【选修 4-4:坐标系与参数方程】(本小题满分 10 分)设点  $P, Q$  都在曲线  $C: \begin{cases} x = 4\cos \varphi, \\ y = 2\sin \varphi \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数)上,且点  $P$  对应的参数  $\alpha$  与点  $Q$  对应的参数  $\beta$  满足  $\beta = 2\alpha (0 \leq \alpha < 2\pi)$ ,  $M$  为  $PQ$  的中点(当点  $P$  与点  $Q$  重合时,点  $M$  也与点  $P, Q$  重合).

- (1)求点  $M$  的轨迹的参数方程;
- (2)判断点  $M$  的轨迹是否过坐标原点  $O$ ,证明你的结论.

▲

23.【选修 4-5:不等式选讲】(本小题满分 12 分)已知关于  $x$  的不等式  $|x+a| < b$  的解集为  $(1, 3)$ .

- (1)求  $a, b$  的值;
- (2)求  $\sqrt{at+8} + \sqrt{bt+5}$  的最大值.

▲

成都石室中学2021~2022学年度上期  
高2022届10月月考  
文科数学答题卡

姓名 \_\_\_\_\_

座位号

准考证号

贴条形码区  
(正面朝上 切勿贴出虚线框外)

考生禁涂

缺考标记

缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

- 注意事项
1. 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、准考证号和座位号，无误后将本人姓名、准考证号和座位号填写在相应位置上。
  2. 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按图示规范填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔作答；作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔描清楚。
  3. 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试卷上答题无效。
  4. 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

- |                   |                   |                    |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 1 [A] [B] [C] [D] | 5 [A] [B] [C] [D] | 9 [A] [B] [C] [D]  |
| 2 [A] [B] [C] [D] | 6 [A] [B] [C] [D] | 10 [A] [B] [C] [D] |
| 3 [A] [B] [C] [D] | 7 [A] [B] [C] [D] | 11 [A] [B] [C] [D] |
| 4 [A] [B] [C] [D] | 8 [A] [B] [C] [D] | 12 [A] [B] [C] [D] |

非选择题 (考生须用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔书写)

二、填空题 (共20分)

13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_  
15. \_\_\_\_\_ 16. \_\_\_\_\_

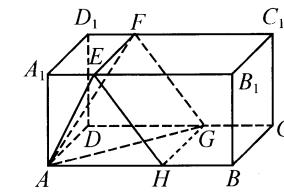
三、解答题 (共70分)

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19. (12分)



18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

考生必填 姓名  座位号

考生务必将姓名、座位号用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔认真填写在书写框内，座位号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选做题 (10分)

题号  
( )

涂黑

22.  23.

该题为选做题，请考生在22、23题中任选一道作答。如果多做，那么按所做第一道计分。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效